
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh domáceho kola kategórie C (maďarská verzia)

1 A következő 2022 tört közül mennyinek van egész számú értéke?

$$\frac{0}{2022}, \frac{1}{2021}, \frac{2}{2020}, \dots, \frac{2021}{1}$$

(Jaroslav Zhouf)

2 A röpdolgozatokon szerzett jegyekből egy tanulónak az átlaga pontosan 1,12. Bizonyítsd be, hogy a jegyek között legalább 22 darab egyes van. (A lehetséges jegyek 1, 2, 3, 4, 5.)

(Josef Tkadlec)

3 Egy ABC háromszögben jelölje M az AB oldal; N az AC oldal; valamint P az MN szakasz középpontját. Bizonyítsd be, hogy ha $|MN| = |AP|$, akkor $BP \perp CP$.

(Patrik Bak, Eliška Macáková)

4 A következő játékot játszunk. Az asztalon kezdetben k kupac van, amelyekben sorra 1, 2, 3, ..., k darab zseton van. Egy lépésben kiválasztunk két kupacot és egyforma mennyiségű zsetont távolítunk el mindkettőből. A célunk az, hogy az asztalon csupán egy zseton maradjon. Sikerülhet-e ez, ha

- a) $k = 10$,
- b) $k = 11$?

(Radek Horenský)

5 Legyen $ABCDE$ egy szabályos ötszög. Az AC átló és az AB oldal tengelyének metszéspontját jelölje F . Bizonyítsd be, hogy az ABC és CDF háromszögek területe egyforma!

(David Hruška)

6 Határozd meg azt a legnagyobb n természetes számot, amelyre $n \geq 10$ és az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz tetszőleges 10 különböző elemére igaz a következő állítás: Ha a 10 elem között nincs prímszám, akkor közülük valamelyik kettő összege prímszám.

(Ján Mazák)

Termín odovzdania riešení: **16. 1. 2023**
