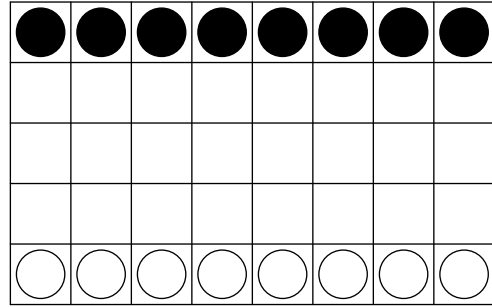
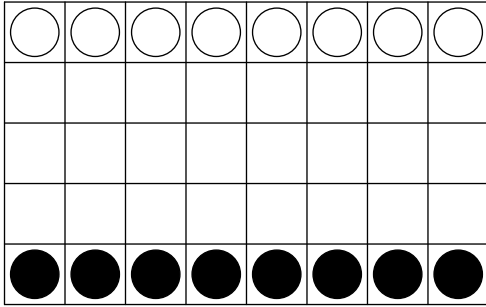

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh krajského kola kategórie A

- 1 Na hracom pláne 8×5 je rozmiestnených 8 bielych a 8 čiernych žetónov ako na obrázku vľavo. V jednom ťahu je možné posunúť žetón na prázdne políčko susediace stranou. Určte najmenší počet ťahov, ktorými možno z pôvodného rozostavenia získať rozostavenie na obrázku vpravo.



- 2 V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$\begin{cases} \sqrt{\sqrt{x} + 2} = y - 2, \\ \sqrt{\sqrt{y} + 2} = x - 2. \end{cases}$$

- 3 Nech $ABCD$ je konvexný štvoruholník a P je priesečník jeho uhlopriečok. Nech platí $|AB| = |BC| = |CD|$ a $|\sphericalangle APD| < 90^\circ$. Označme R a S postupne obrazy bodov A a D v osových súmernostiach podľa priamok BD a AC . Dokážte, že úsečky BC a RS sú rovnobežné.

- 4 Nájdite všetky trojice kladných celých čísel (a, b, c) , pre ktoré je súčin

$$(a + b)(b + c)(c + a)(a + b + c + 2036)$$

rovný mocnine niektorého prvočísla s celočíselným exponentom.

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 10. januára 2023** od **8:30** do **12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
